Présentation à l'UNIVERSITÉ POPULAIRE de CAEN le 2 avril 2026

INTRODUCTION en OCCIDENT des CHIFFRES INDO-ARABES et du ZÉRO

PLAN :

1. En OCCIDENT, avant l'arrivée des CHIFFRES INDO-ARABES :

1.1. Les CHIFFRES ROMAINS :

La **numération romaine** est un système de numération additive.

Les nombres sont représentés à l'aide de symboles combinés entre eux, notamment par les signes I, V, X, L, C, D et M, appelés **chiffres romains**, qui représentent respectivement les nombres 1, 5, 10, 50, 100, 500 et 1 000. Ces « abréviations destinées à notifier et à retenir les nombres » ne permettaient pas à leurs utilisateurs de faire des calculs, qui étaient effectués au moyen d'abaques.

Un nombre écrit en chiffres romains se lit de gauche à droite. En première approximation, sa valeur se détermine par la somme des valeurs individuelles de chaque symbole, sauf quand l'un des symboles en précède un de valeur supérieure ; dans ce cas, on soustrait la valeur du premier symbole au deuxième.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	L	C	D	M
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	50	100	500	1'000

Origine :

La numération romaine serait la survivance d'une pratique antérieure à l'invention de l'écriture *(et donc, à strictement parler, protohistorique)* que l'on retrouve dans de nombreuses civilisations.

Ces chiffres seraient liés à la nécessité de faire figurer des repères sur un support, par exemple un bâton : un berger qui veut compter ses bêtes sans savoir énumérer prend simplement un bâton de comptage sur lequel figurent des encoches. Il fait ensuite passer son troupeau devant lui et décale son ongle d'une encoche à chaque fois qu'une bête passe devant lui .

Avec ce système, les premiers chiffres sont toujours des encoches simples, transcrites par des « I ».

Le repérage devient malaisé dès que le nombre d'encoches dépasse une poignée, parce que IIIIIII est naturellement plus difficile à lire que VIII. Le berger peut naturellement être conduit à intercaler des encoches de formes différentes servant de repères visuels :

- le repère « cinq » : certains font l'hypothèse que le symbole ‹ V › pour 5 aurait correspondu initialement au pictogramme représentant une main humaine ouverte le plus largement, avec les cinq doigts le plus écartés possible, afin de représenter justement la quantité cinq, mais dont on n'aurait gardé que les deux

doigts tendus « extrêmes », d'où cette forme assez proche de notre actuelle lettre ‹ V › ;
- le repère « dix » est presque toujours une encoche en croix, et là encore le X aurait pu correspondre aux origines à deux V (5) placés l'un au-dessus de l'autre de manière inversée qui se serait évidemment vite confondus avec la lettre ‹ X ›.

Avec un bâton marqué, le berger repère assez facilement l'encoche sur laquelle s'est arrêté son décompte : par exemple, s'il a treize bêtes, son ongle s'arrête sur la troisième encoche après la première dizaine, ce qui se retranscrit en XIII ; s'il en a vingt-neuf, son ongle est à une encoche avant la troisième dizaine, ce qui se note XXIX ; s'il en a cinquante-neuf, son doigt a passé la première cinquantaine et se trouve à une encoche avant la dizaine suivante, soit LIX. Ce repérage primitif peut mener à des écritures atypiques : par exemple, un cran avant la dizaine avant cinquante se noterait IXL *(pour trente-neuf)*. Il est régularisé par la suite, pour former le système connu de nos jours.

Notation romaine classique :

La notation romaine simplifie des notations plus archaïques, voisines de la notation étrusque, en utilisant les lettres de l'alphabet latin les plus ressemblantes. Signes les plus communs indiqués ci-dessous :

Notation classique :

Chiffre romain	I	V	X	L	C	D	M
Valeur	1	5	10	50	100	500	1000

Modes de représentation :

Les Romains représentaient les nombres ainsi :
- Un nombre en chiffres romains se lit de gauche à droite *(avec de rares retours en arrière, pour faire des soustractions)*.
- Un symbole apparaît au plus trois fois de façon contiguë *(sauf M)*.
- Tout symbole qui suit un symbole de valeur supérieure ou égale s'ajoute à celui-ci *(exemple : 6 s'écrit VI)*.
- Tout symbole qui précède un symbole de valeur supérieure se soustrait à ce dernier :
  - I doit être retranché à V ou à X quand I est devant V ou X *(ex. : 4 s'écrit IV)* ; on peut trouver XIIX pour 18 ;
  - X doit être retranché à L ou à C quand X est devant L ou C *(ex. : 40 s'écrit XL)* ;
  - C doit être retranché à D ou à M quand C est devant D ou M *(ex. : 900 s'écrit CM)* ;
  - en revanche, ôter I de L ou de C n'est pas pratiqué *(49 s'écrit XLIX et non IL ; 99 s'écrit XCIX et pas IC)*.
- Les symboles sont groupés par ordre décroissant, sauf pour les valeurs à retrancher selon la règle précédente *(ex. : 1 030 s'écrit MXXX et non XXXM qui est une des façons de représenter 970)*.

Les inscriptions retrouvées sur des matières dures prouvent que plusieurs graphies ont coexisté librement et le mode opératoire décrit ci-dessus ne s'est fixé que tardivement.

Les mathématiciens de l'époque ne se servent pas de cette notation pour faire des additions ou des multiplications ; ils ont recours à des abaques, utilisant de ce fait une notation positionnelle sans avoir conscience qu'elle pourrait servir à écrire les nombres de façon permanente.

Les calculateurs romains se servaient également d'un système complexe à l'aide des doigts des deux mains. Il est également possible que les utilisateurs de ce système aient appris certains résultats par cœur *(comme aujourd'hui nous apprenons des tables de multiplication)*.

Exemples :

Nombres romains :

Milliers, de 1000 à 4000	M	MM	MMM	MMMM					
Centaines, de 100 à 900	C	CC	CCC	CD	D	DC	DCC	DCCC	CM

Dizaines, de 10 à 90	X	XX	XXX	XL	L	LX	LXX	LXXX	XC
Unités, de 1 à 9	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX

- MMMMDCCCLXXXVIII = MMMM + DCCC + LXXX + VIII = 1 000 + 1 000 + 1 000 + 1 000 + 500 + 100 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 4 888.
- MDXV = M + D + X + V = 1 000 + 500 + 10 + 5 = 1 515.
- MMII = MM + II = 1 000 + 1 000 + 1 + 1 = 2 002.
- DCLXVI = D + C+ L + X +V + I = 500 + 100 + 50 + 10 + 5 + 1 = 666.
- DIX = D + IX = 500 + (10 - 1) = 509.
- XV = X + V = 10 + 5 = 15.
- XIV = X + IV = 10 + (5 - 1) = 14.
- XII = X + II = 10 + 1 + 1 = 12.

Bibliographie : Ce contenu est extrait en ligne du site Wikipédia en saisissant « Numération romaine ».

1.2. Les CHIFFRES GRECS :

Façon dont sont notés les chiffres : L'alpha représente la première lettre de l'alphabet et note le chiffre 1, le bêta, deuxième lettre de l'alphabet, note le chiffre 2, et de même le delta, 4ème lettre, note le 4, et l'epsilon, 5ème lettre, note le 5 ...Voici un tableau complet de cette notation des chiffres de 1 à 9999 :

Liste des signes : trois fois neuf signes différents :

Chiffre grec	Valeur	Prononciation
α'	1	alpha
β'	2	bêta
γ'	3	gamma
δ'	4	delta
ε'	5	epsilon
ϝ'	6	digamma/stigma
ζ'	7	dzêta
η'	8	êta
θ'	9	thêta

Chiffre grec	Valeur	Prononciation
ι'	10	iota
κ'	20	kappa
λ'	30	lambda
μ'	40	mu
ν'	50	nu
ξ'	60	ksi
ο'	70	omicron
π'	80	pi
ϟ'	90	koppa

Chiffre grec	Valeur	Prononciation
ρ'	100	rô
σ'	200	sigma
τ'	300	tau
υ'	400	upsilon
φ'	500	phi
χ'	600	khi
ψ'	700	psi
ω'	800	oméga
ϡ'	900	sampi

Chiffre grec	Valeur
͵α	1000
͵β	2000
͵γ	3000
͵δ	4000
͵ε	5000
͵ϛ	6000
͵ζ	7000
͵η	8000
͵θ	9000

Usages :

Dans l'Antiquité, l'usage était de surligner les lettres utilisées avec une valeur numérale afin de les distinguer du reste du texte. Avec l'arrivée de l'imprimerie, en raison de contraintes typographiques, le surlignement s'est mué en un signe unique placé à droite des lettres numériques et ressemblant à un accent aigu. Ce signe, nommé *keréa (corne)* ou parfois aussi désigné « apex ». De nombreux éditeurs ont confondu la *keréa* avec l'accent aigu ou l'apostrophe, ce qui est sémantiquement incorrect.

Exemples :

Valeur	Chiffres grecs	Lecture
28	**κη′**	*kappa* (20) + *êta* (8) + *keréa (fin de nombre)*
666	**χξς′**	*khi* (600) + *xi* (60) + *sigma* (6) + *keréa (fin de nombre)*
750	**ψν′**	*psi* (700) + *nu* (50) + *keréa* (*fin de nombre)*
1910	**͵αϡι′**	*aristerí keréa* (1000×) *alpha* (1) + *sampi* (900) + *iota* (10) + *keréa*
4094	**͵δϟδ′**	*aristerí keréa* (1000×) *delta* (4) + *koppa* (90) + *delta* (4) + *keréa*

Ainsi, le nombre *11* s'écrivait *ια'*, avec la *keréa*. Pour les nombres supérieurs à 999, la *keréa* est remplacée par un autre caractère se plaçant à gauche, *aristerí keréa (corne placée à gauche)*. Les deux *keréas* sont parfois employées conjointement.

Bibliographie : Ce contenu est extrait en ligne du site Wikipédia en saisissant « Numération grecque ».

1.3. Le SYSTÈME CISTERCIEN :

Introduction :

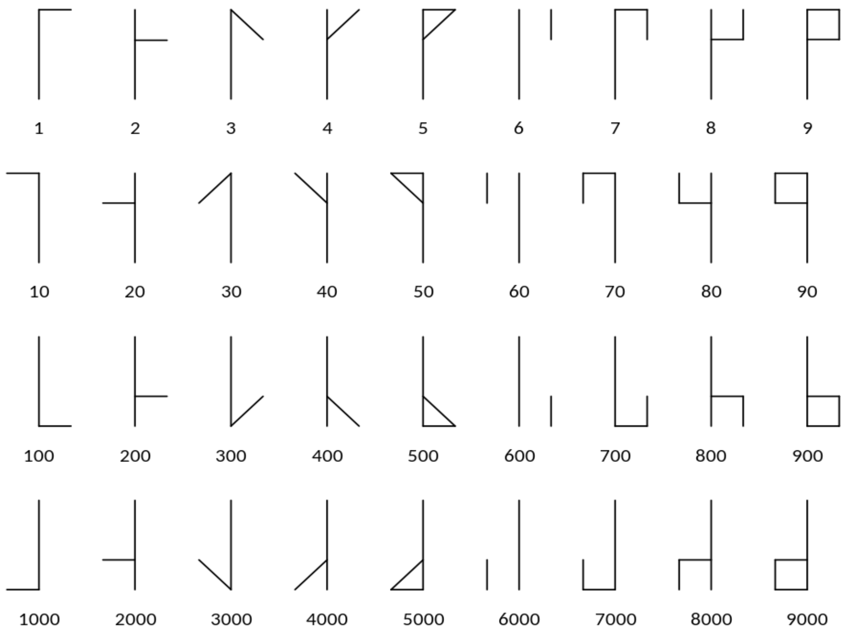
Le **système cistercien de notation numérique** est un système de numération qui aurait été utilisé couramment par les moines européens du Moyen-Age. Il permet de coder les nombres de 1 à 9 999 sur un seul symbole.

Ce système a été décrit dans le livre *The Ciphers of the Monks : a Forgotten Number-notation of the Middle Ages* de David A. KING paru en 2001.

Description du système de notation :

Le système utilise une ligne droite verticale comme symbole principal. Ce symbole est essentiellement un axe qui divise le plan bidimensionnel en quatre quadrants. Chacun de ces quatre quadrants signifie l'un des quatre chiffres : le quadrant supérieur droit indique le chiffre des unités, le quadrant supérieur gauche indique le chiffre des dizaines, le quadrant inférieur droit indique le chiffre des centaines et le quadrant inférieur gauche indique le chiffre des milliers. Le nombre peut ensuite être déterminé par inspection visuelle, c'est-à-dire qu'il n'avait pas pour but de permettre des opérations arithmétiques, uniquement des notations de références.

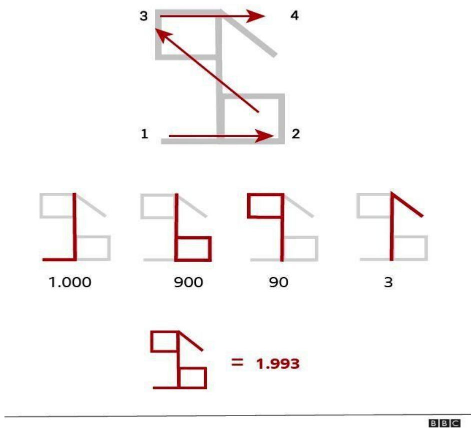
Symboles de base du chiffre :



☯ **Un exemple concret :**

Dans la figure ci-dessous, chaque coin, ou quadrant, contient une représentation des milliers (1), des centaines (2), des dizaines (3) et des unités (4), dans l'ordre suivant :

Prenons le chiffre 1993, voici ce que cela donnerait :



Historique :

Ce système de numération a été inventé dans les années de 1300 à 1309 par les moines cisterciens français. Il a ensuite été remplacé par le système de numération indo-arabe. Quoi qu'il en soit, ce système de chiffres a par la suite inspiré plusieurs sténographes et codes secrets.

Ce système numérique est ensuite tombé en désuétude,

<u>Bibliographie</u> : Ce contenu est extrait en ligne du site Wikipédia en saisissant « Nombres cisterciens ».

1.4. Une NUMÉRATION ALPHABÉTIQUE ARABE :

Un document présentant une numération intermédiaire. En effet, elle n'est pas positionnelle, mais additive, et ressemble à la numération grecque.

Ce système de numération alphabétique Hisab al-Jummal décimal / code alphanumérique, est aussi appelé « ***Le système Abjad*** ».

*<u>Bibliographie</u> : Contenu extrait page 13 du magazine Tangente Hors-Série n° 93 de Mars 2025 sur les « **Les Mathématiques Arabo-Musulmanes** » , magazine disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville de Caen et en ligne site Wikipédia en saisissant « Numération Abjad ».*

La numération alphabétique arabe

La numération alphabétique (*ḥisāb al-jummal*) est un système de numération utilisé par les auteurs arabes bien avant le VIII^{e} siècle. Il est basé sur la succession des lettres de l'alphabet arabe. La base de cette numération est 10, elle utilise vingt-huit nœuds dont le nœud غ pour représenter 1000.

Unités	ا 1	ب 2	ج 3	د 4	ه 5	و 6	ز 7	ح 8	ط 9
Dizaines	ي 10	ك 20	ل 30	م 40	ن 50	س 60	ع 70	ف 80	ص 90
Centaines	ق 100	ر 200	ش 300	ت 400	ث 500	خ 600	ذ 700	ض 800	ظ 900

C'est un système additif non positionnel et qui ne possède pas de symbole pour représenter le zéro. Deux variantes de ce système ont circulé, l'une en Orient et l'autre en Occident musulman (Andalousie et Afrique du Nord). Des traces de cette numération existent encore aujourd'hui pour dater un évènement ou pour numéroter les paragraphes d'un texte ainsi que sur les plaques minéralogiques.

2. <u>PREMIÈRES TRACES ÉCRITES du ZÉRO</u> :

2.1. ARYABHATA (476-550) astronome et mathématicien indien :

ARYABHATA est le premier des grands astronomes de l'Inde, auteur de l' « ***Aryabhatïya*** » *(traité en sanskrit de mathématiques et d'astronomie)*. Il naît en 476 et passe probablement l'essentiel de sa vie à Pataliputra, l'actuelle Patna, dans l'état indien du Bihar à l'est de l'Inde.

On lui connaît deux traités. Le premier, l'*Aryabhata-Siddhanta* devait traiter d'instruments astronomiques et de calendriers. Le deuxième traité, l'*Āryabhaṭīya*, quant à lui, est un ouvrage traitant de mathématiques et d'astronomie.

ARYABHATA invente une notation numérique tout à fait particulière, dont la conception nécessite une parfaite connaissance du zéro et du principe de position en base décimale.

Biographie

On sait très peu de choses sur la vie d'ARYABHATA. Il évoque son année de naissance dans un verset de son *Āryabhaṭīya* .

ARYABHATA parle avec insistance dans son traité de la ville de Kusumapura, ville que BHASKARA identifie à l'actuelle Patna. Ceci laisse penser que c'est là qu'il vécut et qu'il écrivit son traité. Il a le titre de maître d'enseignement. ARYABHATA aurait donc enseigné. On lui connaît trois élèves, dont un, LATADEVA, est également auteur d'un traité d'astronomie.

Si l'on se réfère aux versets d'introduction des chapitres I et II de son *Āryabhaṭīya*, qui sont des versets d'obéissance à l'école de Brahma, ARYABHATA aurait été un disciple de cette école d'astronomie et du dieu Brahma.

Son traité *Āryabhaṭīya* a eu une grande influence sur l'astronomie indienne. Il est à l'origine d'une « école » d'astronomie, l'Ārya-pakṣa, dont les élèves se réclament « disciples » d'ARYABHATA , et a fait l'objet de très nombreux commentaires.

Astronomie

ARYABHATA met en place un nouveau système de mesure du temps.

En cosmologie, il ne croit pas en une théorie de création et destruction du monde, pour lui le temps se déroule de manière continue sans commencement ni fin. Pour ARYABHATA, la Terre est une sphère qui tourne sur elle-même. Il insiste sur cette rotation diurne même s'il reconnaît que la théorie d'une Terre immobile et celle d'une Terre tournant sur elle-même sont deux théories équivalentes pour l'observateur. Sa théorie de rotation de la Terre ne sera pas reprise par ses successeurs, mais celle de sa sphéricité sera complètement admise.

Le jour est considéré d'un lever de soleil au suivant, tandis que, dans son *Ārya-Siddhānta*, il le compte d'un minuit au suivant. Il évalue le jour sidéral à 23 h 56 min 4 s et 1 dixième (la valeur moderne est de 23 h 56 min 4 s et 91 millièmes).

Dans le modèle astronomique qu'il propose, les positions moyennes des planètes parcourent des cercles géocentriques, et la position réelle des planètes se détermine à l'aide d'épicycles et de cercles excentriques parcourus à des vitesses constantes. ARYABHATA n'est pas le premier à expliquer le mouvement des planètes à l'aide d'épicycles : les astronomes grecs APOLLONIOS, HIPPARQUE et PTOLÉMÉE en avaient déjà présentés. Mais le modèle d'ARYABHATA se révèle très différent et plus simple que celui de ce dernier. Cela laisse supposer qu'il ne fut pas influencé par le modèle de PTOLÉMÉE. La question est de savoir si des modèles antérieurs à celui de PTOLÉMÉE ne seraient pas parvenus jusqu'en Inde.

Les astronomes étaient conduits à effectuer des corrections sur les calculs des positions des planètes pour les faire correspondre au mouvement réel de celles-ci. ARYABHATA en diminue le nombre. Il est le premier astronome indien à donner une méthode correcte de calcul de latitude des planètes. Il propose une explication scientifique et non religieuse du phénomène des éclipses du Soleil et de la Lune, jusque-là attribuées aux démons Râhu et Ketu.

Il analyse la lumière émise par la Lune et les planètes comme celle du Soleil réfléchie par ces astres.

Mathématiques

L' « *Aryabhata* » étant conçu comme un poème où chaque propriété est contenue dans un verset, ARYABHATA a cherché un moyen de nommer les nombres de manière condensée. Il a donc mis au point un système de numération multiplico-additif à l'aide des 33 consonnes de l'alphabet sanskrit.

En arithmétique, il présente des algorithmes de calcul classiques *(extraction de racines carrées et cubiques, règle de trois, calculs d'intérêts…)*. Il propose une méthode originale de résolution des équations indéterminées de degré 1 à deux inconnues ou plus dans le but de déterminer les dates de conjonction des planètes. Sa méthode se révèle plus efficace que celle des restes chinois. Son traité contient également la méthode de calcul de la somme des termes d'une suite arithmétique, de la somme des premiers carrés, et de la somme des premiers cubes. Il présente une méthode pour déterminer, connaissant la somme des termes d'une suite arithmétique connue, le nombre de termes de cette somme.

En géométrie, il redonne les calculs d'aire et de volume basiques *(triangle, pyramide…)*. ARYABHATA donne également une approximation précise de pi. Dans l'*Āryabhaṭīya*, il écrit : « Ajoutez quatre à cent, multipliez ensuite le résultat par huit puis ajoutez alors soixante-deux mille. Le résultat est alors approximativement la circonférence d'un cercle d'un diamètre de vingt mille. Par cette règle, la relation de la circonférence au diamètre est donnée. » En d'autres termes, $\pi \approx 62\ 832/20\ 000 = 3{,}141\ 6$, précision remarquable dont c'est la première occurrence dans les mathématiques indiennes. L'approximation standard jusque-là était $\pi \approx \sqrt{10}$. Il n'en donne aucune justification, mais les historiens estiment vraisemblable qu'il l'ait obtenue en calculant le côté d'un polygone régulier inscrit à 384 côtés.

Hommages :

En astronomie, le premier satellite indien, lancé le 19 avril 1975, ainsi qu'un cratère lunaire, portent son nom.

En littérature, Jean d'ORMESSON écrit en 1990 une « *Histoire du Juif Errant* » dans laquelle le héros rencontre ARYABHATA. Le héros révèle la légende du point d'ARYABHATA au mathématicien Al-BIRUNI *(érudit persan)*, qui invente le zéro à cette occasion.

2.2. BRAHMAGUPTA (598-670) est un mathématicien et astronome indien né vers Binmal *(d'ancien nom : Bhillamala)* au Rajasthan, dans le nord-ouest de l'Inde. Il connaissait les travaux de mathématiciens grecs comme HÉRON d'Alexandrie, PTOLÉMÉE et DIOPHANTE et bien sûr les œuvres des savants indiens ARYABHATA (476-550) et VARAHAMIHIRA (505-587) qui l'avaient précédé.

BRAHMAGUPTA est l'un des plus importants mathématiciens tant de l'Inde que de son époque. On lui connaît deux ouvrages majeurs : le « ***Brahmasphutasiddantha*** » signifie *« L'Ouverture du monde »* écrit en sanskrit en 628 et le « ***Khandakhâdyaka*** » en 665.

Il décrit aussi les résultats d'opérations avec ce nouveau nombre, mais se « trompe » en donnant comme résultat zéro à 0/0. En revanche, il donne des règles correctes sur les signes lors d'opérations entre entiers relatifs *(profits et pertes)*. Il donne aussi dans cet ouvrage la solution de l'équation générale du 2e degré.

BRAHMAGUPTA dirige l'observatoire astronomique d'Ujjain, ville de l'inde centrale dans la région de Malwa sur la rive droite du Shipra affluent du Gange, qui est au VIIe siècle un centre majeur de recherches en mathématiques.

C'est dans son premier ouvrage le « *Brahmasphutasiddhanta* », que l'on peut aussi traduire par : *« Traité correct de Brahma »*, qu'**il définit le zéro comme résultat de la soustraction d'un nombre par lui-même**. Il décrit ainsi le « sunya » *(signifiant « vide »)* comme un nombre dans cet ouvrage.

L'**observatoire d'Ujjain**, connu sous le nom de Vedh Shala, est un ancien centre astronomique en Inde. Fondé par le Maharaja Jai SINGH II au début du XVIIIe siècle, il témoigne du riche héritage scientifique de l'Inde. Cet observatoire visait à réviser les tables astronomiques et à améliorer le calendrier. Aujourd'hui, il constitue un site historique important, attirant à la fois les universitaires et les touristes. Il abrite une collection d'instruments astronomiques architecturaux qui ont suscité l'intérêt des astronomes et des historiens modernes.

BRAHMAGUPTA fut le premier mathématicien à utiliser l'algèbre pour résoudre des problèmes astronomiques. Il proposa comme durée de l'année : 365 jours, 6 heures, 5 minutes, et 19 secondes, lors d'une première estimation. Dans son deuxième livre le *Khandakhâdyaka*, il propose 365 jours, 6 heures, 12 minutes et 36 secondes. La vraie longueur des années est d'un peu moins de 365 jours et 6 heures.

2.2.1. Biographie :

BRAHMAGUPTA est né vers 598. Son père est marchand ou agriculteur. Il reçoit une éducation hindouiste orthodoxe vers 610-620, s'initie aux textes scientifiques grecs ainsi qu'aux écrits d'ARYABHATA et VARAHAMIHIRA vers 620-627. Ses traités sont imprégnés de ces différentes sources, mais il les modifie et corrige leurs erreurs. Il adhère à l'école astronomique Brahmapaksa.

Il a probablement vécu la plus grande partie de sa vie à Bhillamala durant le règne du Roi Vyaghramukha. De ce fait, BRAHMAGUPTA est souvent appelé Bhillamalacharya, c'est-à-dire *le professeur de Bhillamala*. Il a dirigé l'observatoire astronomique d'Ujjain, ville sainte du Madhya Pradesh, où il écrit ces deux textes, cités précédemment, sur les mathématiques et l'astronomie .

Bien que BRAHMAGUPTA ait été familier des travaux des astronomes suivant la tradition d'ARYABHATA, on ne sait pas s'il était familier de l'œuvre de son contemporain BHASKARA. BRAHMAGUPTA a grandement critiqué les œuvres des astronomes rivaux et son *Brahmasphutasiddhanta* est considéré comme un des plus anciens schismes des mathématiciens indiens.

BRAHMAGUPTA est un hindou dévot et ses croyances religieuses, à commencer par le système *yuga* d'estimation des âges de l'Humanité, imprègnent profondément son travail. Un *yuga* ("ère" en sanskrit) est un âge ou un temps faisant partie d'un cycle plus important de quatre ères : *Satyayuga*, *Tretayuga*, *Dvaparayuga* et *Kaliyuga*. Selon la cosmologie hindoue, le monde existe pendant une période de 4 320 000 années solaires (« grande ère » ou *Mayayuga*) puis se dissout à nouveau. BRAHMAGUPTA critique sévèrement les conceptions cosmologiques jaïnistes et les autres hétérodoxies comme celle d'ARYABHATA pour qui la Terre est une sphère en rotation.

2.2.2. Œuvres :

En 628, à l'âge de trente ans, BRAHMAGUPTA achève son œuvre maîtresse, le « *Brahmasphutasiddhanta* ». Ce sont des commentaires de savants indiens ultérieurs qui permettent de dater l'ouvrage, ainsi que des événements astronomiques auxquels il fait référence. Comme ses précurseurs ARYABHATA et VARAHAMIHIRA, il rédige ses textes mathématiques sous forme versifiée, un peu à la manière des casse-tête qui étaient une forme de divertissement très courante. Il dit lui-même qu'il ne propose ses problèmes mathématiques que parce qu'ils lui procurent du plaisir.

Il rédige son deuxième grand traité d'astronomie mathématique à la fin de sa vie, à l'âge de soixante-sept ans, en 665. Ce second traité compte huit chapitres et est connu sous le nom de *Khandakhadyaka (littéralement « confiseries » ou « douceurs »)*. Ce titre étrange tient peut-être au fait qu'il s'agit en partie d'une version visant à rendre plus douce la pratique de l'*Aryabhatiya*.

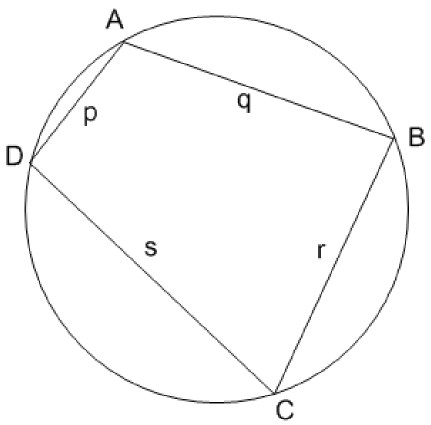
2.2.3. Mathématiques :

Algèbre :

BRAHMAGUPTA a donné la solution générale des équations linéaires dans le chapitre dix-huit du « *Brahmasphutasiddhanta* ». Il donne ensuite deux solutions équivalentes de l'équation générale du second degré.

Comme l'algèbre de DIOPHANTE, l'algèbre de BRAHMAGUPTA est syncopée. L'**algèbre syncopée** désigne une forme intermédiaire d'écriture mathématique, entre l'algèbre rhétorique *(où tout est exprimé avec des mots)* et l'algèbre symbolique moderne. Elle consiste essentiellement en l'utilisation de notations abrégées (d'où le qualificatif de *syncopé*, qui signifie *abrégé*). L'addition est indiquée en plaçant les nombres les uns à côté des autres, la soustraction en plaçant un point sur le '*diminuteur*' et une division en plaçant le diviseur en dessous du dividende. La multiplication et les quantités inconnues sont représentées par des abréviations des termes appropriés. L'étendue de l'influence grecque sur sa syncope, s'il y en a une, est inconnue et il est possible que les syncopes grecque et indienne dérivent d'une source babylonienne commune.

Géométrie :



BRAHMAGUPTA a aussi contribué au domaine de la géométrie avec sa formule *(généralisation de la formule d'HERON d'Alexandrie)* de calcul de l'aire S d'un quadrilatère cyclique en connaissant les longueurs de ses côtés qu'on note *p, q, r* et *s* :

$\mathbf{S = (K - p) (K - q) (K - r) (K - s)}$ où K est le demi-périmètre : $K = (q + p + r + s) / 2$.

Un quadrilatère cyclique est un quadrilatère qui admet un cercle passant par ses quatre sommets ; comme ci-contre ABCD.

Il existe aussi un théorème de BRAHMAGUPTA avec un même quadrilatère inscrit dans un cercle et dont les diagonales sont perpendiculaires entre-elles.

2.2.4. Astronomie :

BRAHMAGUPTA adhère à la plus ancienne école, *Brahmapaksa*, qui prétend être une révélation du dieu Brahma. Le texte fondateur de cette *paksa* est le *Paitamahasiddhanta* dont des fragments sont parvenus jusqu'à nous à l'intérieur d'une autre compilation, la *Visnudharmottarapurana*. Le principal traité de cette *paksa* après le *siddhanta* fondateur est le *Brahmasphutasiddhanta* de BRAHMAGUPTA. Les membres de cette école étaient nombreux dans l'ouest et le nord-ouest du sous-continent.

L'astronomie dans le « *Brahmasphutasiddhanta* » :

BRAHMAGUPTA critique sévèrement ARYABHATA, car il estime qu'il s'est écarté des traditions des textes sacrés, les *smirti*, qui étaient suivis par la *Brahmapaksa* originelle. La critique des travaux de ses rivaux — qui peut être virulente — transparaît par endroits dans les dix premiers chapitres astronomiques du *Brahmasphutasiddhanta*. Grâce à ses compétences mathématiques, BRAHMAGUPTA a mis au point des méthodes ingénieuses de calcul astronomique et c'est grâce à elles qu'il a amélioré le calcul des longitudes des planètes.

Une partie du *Brahmasphutasiddhanta* est consacrée au calcul des éclipses de la Lune et du Soleil, car, comme il le dit lui-même : « Les astronomes recherchent la connaissance du temps avant tout dans le but de comprendre les ***sizigas*** », c'est-à-dire les situations dans lesquelles trois objets célestes ou plus sont alignés, comme lors des éclipses.

Le « *Khandakhadyaka* » de Brahmagupta :

Le second ouvrage de BRAHMAGUPTA, le *Khandakhadyaka*, est rédigé en l'an 587 de lère Saka. Ce manuel nous est parvenu dans son intégralité. BRAHMAGUPTA n'est pas qu'un théoricien. Ses calculs sont basés sur des observations à l'aide de dispositifs. Pour lui, ces observations doivent permettre de faire des corrections. Le *Khandakhadyaka* contient non seulement des propositions théoriques pertinentes, comme la formule d'interpolation pour les sinus, mais est remarquable par l'importance accordée aux observations directes.

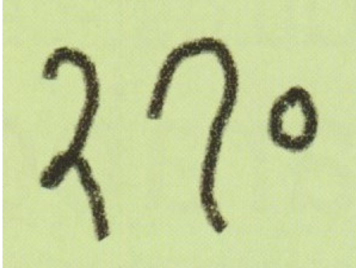
2.2.5. Postérité :

L'héritage en Inde :

MAHAVIRA et BHASKARA II prolongent l'œuvre de BRAHMAGUPTA, en l'assimilant et en la développant.

MAHAVIRA *(vers 850)* est considéré comme le mathématicien indien le plus important du IXe siècle. Il se consacre exclusivement aux mathématiques et ne s'occupe pas d'astronomie. Il appartient à l'école mathématique de Mysore ou Mysuru *(ville indienne du Karnataka, dans le sud de l'Inde)*. Il connaît les mathématiques jaïnistes, qu'il cultive et amplifie dans son *Ganitasarasangraha*, le premier traité mathématique non astronomique, écrit en sanskrit, qui nous est intégralement parvenu.

BHASKARA II, mathématicien et astronome, dirige l'observatoire d'Ujjain et rédige son traité *Bijaganita*, qui contient la première tentative de résolution de la division par zéro, et précise qu'il s'agit d'une quantité infinie. Il est célèbre en tant qu'auteur de trois traités : *Lilavati*, *Bijaganita* et *Siddhantasiromani*.



Reproduction du nombre 270 gravé dans l'un des textes du temple Chaturbhuj de Gwalior, Inde, environ 870 après J.-C.

*<u>Bibliographie</u> : Reproduction ci-dessus extraite page 5 du magazine Tangente Hors-Série n° 93 de Mars 2025 sur les « **Les Mathématiques Arabo-Musulmanes** » , magazine disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville de Caen.*

Transmission au Moyen-Orient et en Chine :

Ce sont les voyageurs et les contacts commerciaux qui sont responsables de la diffusion des connaissances mathématiques indiennes en Asie. Les rares sources sur l'astronomie et l'astrologie iraniennes préislamiques montrent que ces disciplines ont été fortement influencées par des traités écrits en sanskrit. D'autre part, le très érudit évêque syrien Sévère SEBOKHT (575-667) joue un rôle important dans l'assimilation de concepts mathématiques indiens. En 662, il mentionne leurs différentes méthodes de calcul : « Je ne parlerai pas de la science des Hindous, un peuple distinct des Syriens, ni de leurs subtiles découvertes en astronomie [...], ni de leurs inestimables méthodes de calcul, ni de leurs calculs, qui dépassent toute description ».

En ce qui concerne la Chine, trois importantes familles d'astronomes indiens s'y sont établies au cours de la dynastie Tang. Gautama SIDDHA appartient à l'un de ces lignages. Il a même dirigé le bureau astronomique de Chang'an, capitale de la dynastie.

Transmission au monde islamique :

La ***« Relation de la Chine et de l'Inde »,*** ouvrage en langue arabe daté de 851compilant des informations connues des Arabes et des Persans et concernant la Chine et l'Inde au IX^{e} siècle, d'un marchand de Siraf *(ville du sud de l'Iran)*, témoigne vers 850 que « Les Chinois [...] ont des notions d'astronomie, mais dans ce domaine ils sont surpassés par les Indiens ». Vers la fin du VIIIe siècle, ces découvertes indiennes atteignent Bagdad. Pour nommer le zéro, les Arabes traduisent le mot indien et l'appellent ***sifr***.

L'historien Al-BIRUNI (973-1048), érudit persan, dans son livre *Kitab Tariq al-Hind* (*Histoire* *de l'Inde*) affirme que le calife Abbaside Al-MA'MUN (786-833) a une ambassade en Inde et fait venir à Bagdad un livre dont le titre en arabe a été traduit par *Sindhind (ouvrage d'astronomie)*. Il est en général reconnu que *Sindhind* est le « ***Brahmasphutasiddantha*** » de BRAHMAGUPTA ; c'est aussi ce que pense Georges IFRAH (1947-2019) historien du nombre et initialement professeur de mathématiques.

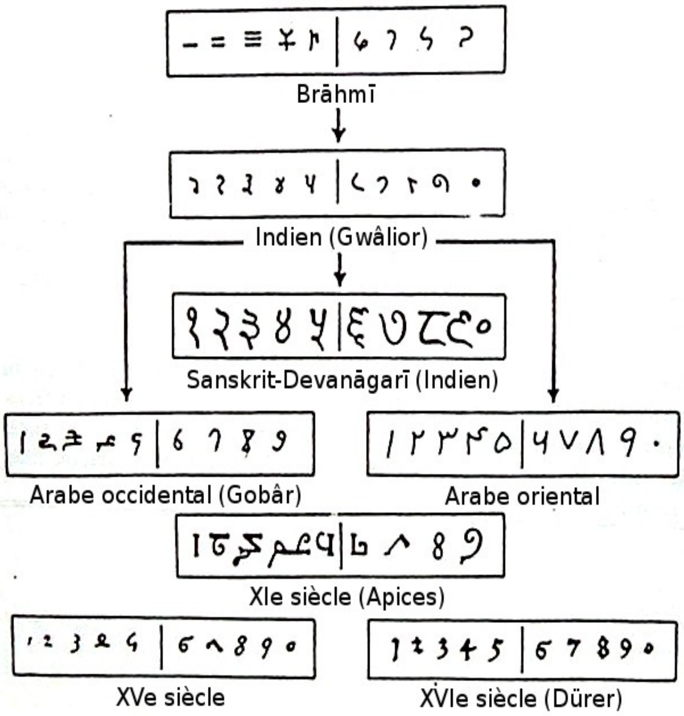
Bibliographie : Tout ce chapitre 2. est largement inspiré d'internet depuis le lien : « ***Le mathématicien brahmagupta*** *» site Wikipédia » , de compléments sur d'autres sites de Wikipédia et de la revue Hors Série Tangente N°33 sur «* ***Les Nombres*** *»*

3. Le SYSTÈME de NUMÉRATION INDO-ARABE :

Le **système de numération indo-arabe** est un système de numération de base dix employant une notation positionnelle et dix chiffres, allant de zéro à neuf, dont le tracé est indépendant de la valeur représentée. Le système doit son nom au fait qu'il est apparu en Inde et qu'il est parvenu en Europe par l'intermédiaire de mathématiciens et comptables de langue arabe.

Ce système peut être utilisé avec n'importe quelle convention graphique d'écriture des chiffres. Actuellement, la variante graphique la plus répandue correspond aux chiffres utilisés en Occident, communément appelés chiffres arabes *(alors qu'une autre variante, utilisée dans une partie du monde arabe, est souvent appelée chiffres arabes orientaux)*.

Ce système tend aujourd'hui à s'imposer dans le monde.



Ci-contre une **généalogie des numérations** brahmi, swalior, sanskrit-dévanagari et arabes.

Les définitions ci-dessous concernent l'écriture des chiffres et des lettres :

La **brahmi** est un système d'écriture *(ou plutôt un ensemble de systèmes)* alpha syllabaire, qui semble dater du IIIe siècle av. J.-C.

Un **alpha syllabaire** est un ensemble de signes utilisés pour représenter les phonèmes d'une langue. Situé à mi-chemin entre un syllabaire et un alphabet, il consiste en des signes représentant des syllabes dotées d'une voyelle par défaut et d'autres signes, souvent annexes, modifiant, remplaçant ou supprimant cette voyelle par défaut.

Un **syllabaire** est un ensemble de symboles utilisés pour représenter les sons vocalisés ou groupés d'une langue. Les symboles représentent des syllabes, à la différence des écritures alphabétiques où les symboles représentent des sons ou des phonèmes unitairement.

Gwalior est une ville située dans l'État du Madhya Pradesh au nord de l'Inde.

La **dévanagari** est une écriture alpha syllabaire utilisée pour le sanskrit, le prâkrit, le hindi, le népalais, le marathi et plusieurs autres langues indiennes. C'est une des écritures les plus employées en Inde et au Népal.

Un succès rapide

Les chiffres indiens, c'est-à-dire la numération décimale positionnelle avec les ancêtres des signes que nous traçons aujourd'hui, permettent de faire des calculs de manière plus efficace que l'usage de l'abaque dès qu'on touche à de grands nombres ou des opérations complexes. C'est sans doute grâce au traité d'astronomie de Brahmagupta, intitulé *Brāhma Sphuṭa Siddhānta* (« Doctrine de Brahma correctement établie », daté de 628) qu'ils sont exportés assez rapidement. En effet, on en trouve une première trace dans une lettre d'un évêque syriaque mort en 667, Sévère Sebokht. Il évoque à un ami chypriote les talents des Indiens, avec en particulier *« leurs méthodes de calcul et de leur système de numération – je veux dire avec les neuf signes qui surpassent tous les mots »*. Ce serait ensuite vers 773 que le calife al-Mansūr en entend parler pour la première fois grâce à un émissaire indien. Quelques décennies plus tard, ils sont intégrés à des traités écrits en langue arabe, dont un manuscrit aujourd'hui perdu d'al-Khwārizmī (voir page 51). C'est ainsi que la plus ancienne apparition aujourd'hui conservée des chiffres indiens en langue arabe se trouve dans les *Chapitres sur le calcul indien* d'al-Uqlīdisī, écrits vers 952 à Damas.

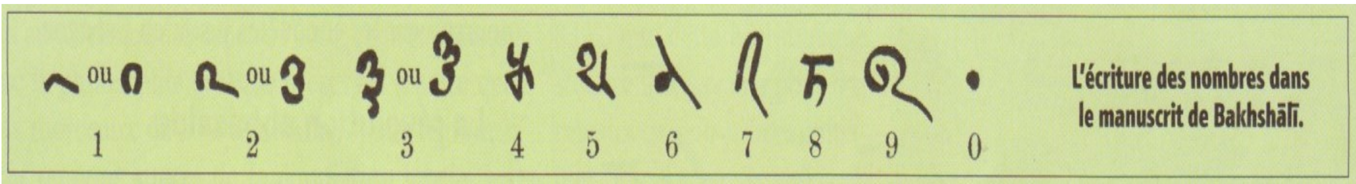
Un extrait du traité d'al-Uqlīdisī.
Les chiffres sont écrits sous les grands traits horizontaux.
Le zéro apparaît sous la forme d'un rond (première ligne).

© Bibliothèque Suleymaniye d'Istanbul / Institut des manuscrits arabes du Caire

KHWARIZMI, né dans les années 780 à Kiva dans la région du Khwarezm *(d'où il prend son nom)*, dans l'actuel Ouzbékistan, mort vers 850 à Bagdad, est un mathématicien, géographe, astrologue et astronome persan.

Le titre de son œuvre est fondé sur deux mots. Le premier terme, ***al-jabr*** est repris par les Européens et devient plus tard le mot ***algèbre***.

Abul-Hasan Al-UQLIDISI est un mathématicien arabe du Xe siècle probablement originaire de Damas ou Bagdad.

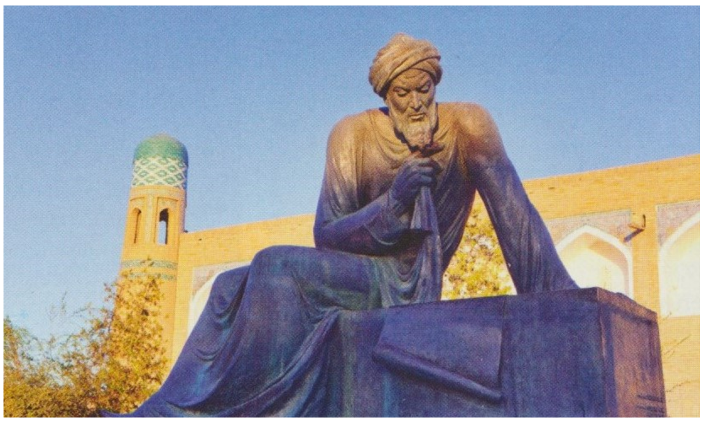


L'écriture des nombres dans le manuscrit de Bakhshālī.

<u>*Bibliographie*</u> *: Documents ci-dessus extraits page 5 du magazine Tangente Hors-Série n° 93 de Mars 2025 sur les « **Les Mathématiques Arabo-Musulmanes** » et sites Wikipédia « Al-Uqlidisi » et « Khwarizmi »*.

Numération et calcul :

L'un des apports les plus importants des pays d'Islam aux mathématiques européennes est sans doute l'introduction du système de numération décimale positionnelle avec neuf nouveaux symboles et le zéro. Ce système, originaire de l'Inde, aurait été introduit en pays d'Islam par **Al-KHWARIZMI** (780-850) et propagé en Europe à travers les traductions latines de son texte ainsi que par l'influence des textes d'arithmétique commerciale arabe sur, entre autres, le mathématicien de Pise Leonardo PISANO, connu sous son surnom de FIBONACCI *(XIIIe siècle)*.



*Ci-contre statue de **Al-KHWARIZMI***
à Khiva, Ouzbékistan

Ce système de numération facilitait non seulement l'écriture des grands nombres, par rapport au système de numération romain, mais aussi les algorithmes de calculs (comme la multiplication, la division ou l'extraction de racines carrées).

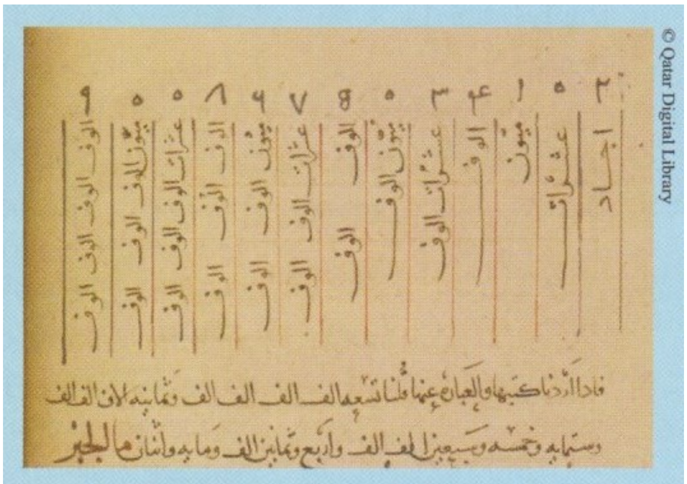
Plusieurs traités arabes proposaient des méthodes pratiques pour résoudre des problèmes arithmétiques complexes, notamment en utilisant les fractions, les puissances et les racines carrées. De nouveaux algorithmes de calculs ont été mis en place pour s'adapter à la nouvelle numération et à l'uti1isation de l'encre et du papier, comme le précise par exemple **Abul-Hasan al-UQLIDISI** (920-980) dans ***Les Sections sur le calcul indien (« al-Fusiilfi at-Hisdb al-Hindi »)***.


Statue d'al-Bīrūnī dans le parc Laleh de Téhéran, en Iran.

Pour bien comprendre la place du zéro dans le « ***Livre de chapitres en arithmétique indienne*** », on peut prendre comme témoin un ouvrage peu connu, mais original, car son auteur, le grand Savant Al-BIRUNI y confectionne en 1029, à l'intention d'une princesse persane, Rayhana bint Al-HASAN, un aide-mémoire contenant les connaissances scientifiques nécessaires pour bien appréhender l'astrologie.

On trouve dans ce « ***Livre d'instruction* » (« *Kitab Al-tafhim* »)** une belle introduction à l'arithmétique indienne : *« Dans le système décimal, le rapport entre une puissance de dix et la suivante est d'un dixième. Lorsqu'une puissance est absente, un signe particulier est utilisé pour indiquer la lacune. Nous utilisons à cet effet un petit cercle et l'appelons **sifr**, mais les Hindous utilisent un point. La figure ci-jointe illustre les chiffres placés dans leurs puissances respectives, indiquées par des colonnes séparées. »*

Dans le « ***Livre d'instruction*** », Al-BIRUNI propose le nombre 9008675034102, qu'on peut lire en première ligne dans l'illustration ci-contre. Les unités sont tout à droite, ce qui fait que les chiffres du nombre apparaissent finalement dans le même ordre qu'avec notre écriture contemporaine ; il ajoute : *« pour l'exprimer de vive voix, nous disons neuf mille mille mille mille et huit mille mille mille, et six cent soixante-quinze mille mille, et trente-quatre mille et cent deux. »*



Un extrait du *Kitāb al-tafhīm* d'al-Bīrūnī,
British Library : Oriental Manuscripts, Or 8349.

On retire de cette image trois enseignements :

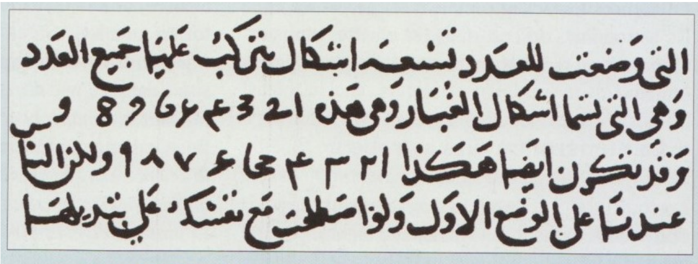
(1) le chiffre zéro vient de l'Inde où il est représenté par un point ;

(2) i1 devient de plus en plus petit et se rapproche du point utilisé actuellement au Proche-Orient ;

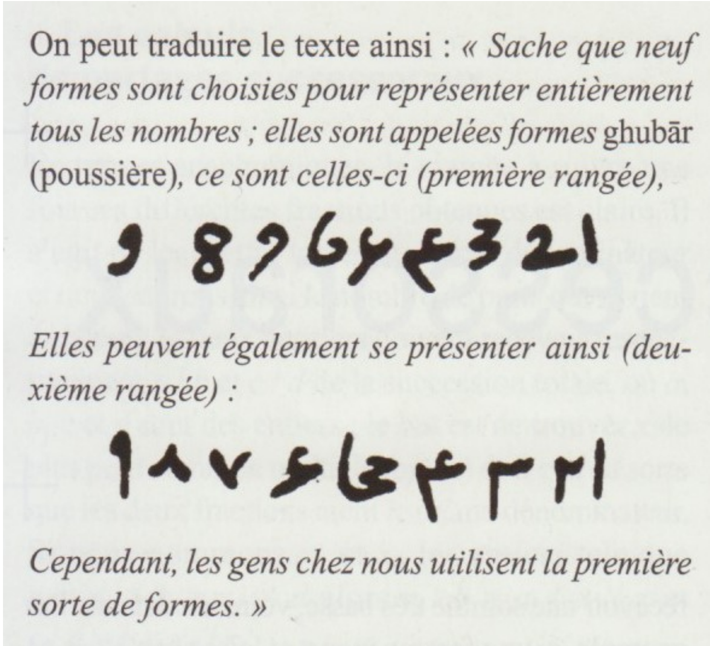
(3) la lecture d'un nombre entier se fait à partir de la puissance de dix la plus élevée, c'est 10^{12} dans le cas de l'image.

Ibn Al-YASAMIN ou Al-YASMIN, mathématicien berbère marocain s'illustre aussi en littérature, droit et poésie andalouse. Né à Fès, il y fait ses études ainsi qu'à Séville. Il meurt en 1204. Dans un traité *« Fertilisation des pensées à l'aide des lettres de poussière »* il montre l'état de circulation des chiffres indiens en Andalousie et en Afrique du Nord au XIIe siècle.

L'image ci-dessous montre comment il présente les chiffres indiens.



Extrait de *Talqīḥ al-afkār fī'l- ilm bi-rusūm al-ghubār*, Manuscrit Rabat K-222.



On peut traduire le texte ainsi : *« Sache que neuf formes sont choisies pour représenter entièrement tous les nombres ; elles sont appelées formes* ghubār (poussière), *ce sont celles-ci (première rangée),*

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Elles peuvent également se présenter ainsi (deuxième rangée) :

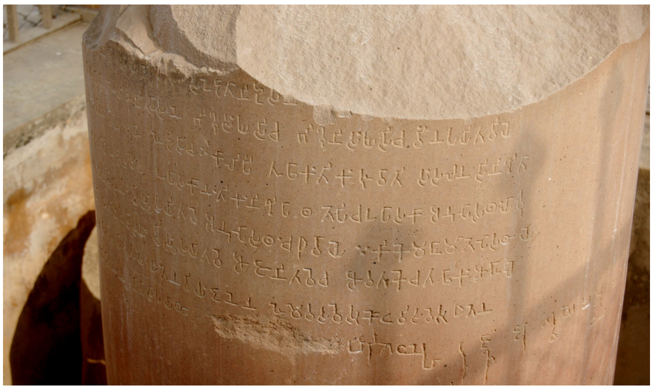
٩ ٨ ٧ ٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١

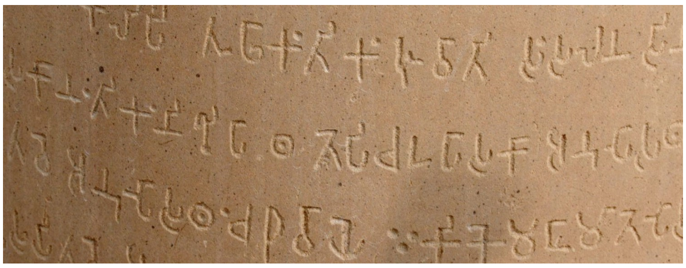
Cependant, les gens chez nous utilisent la première sorte de formes. »

Le tableau ci-dessous avec les différents chiffres :

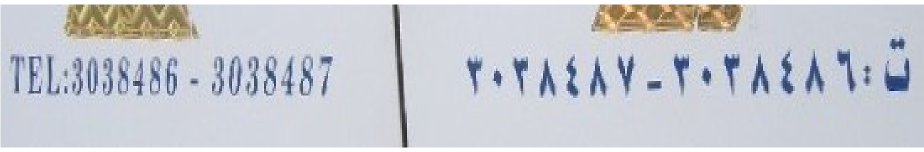
Chiffres arabes (européen)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chiffres hindous (arabe)	٠	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
Chiffres persans (persan)	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
Dévanagari	०	१	२	३	४	५	६	७	८	९

Ci-dessous **inscription en Brahmi** sur les vestiges d'un pilier d'Ashoka, Sarnath, 250 av. J.-C.





Un numéro de téléphone avec la numération pratiquée en Europe et celle pratiquée **en Égypte** (**variantes occidentale et orientale des chiffres arabes**). Si l'arabe se lit de droite à gauche, les numéros sont lus de gauche à droite (comme en français).



*<u>Bibliographie</u> : Ce chapitre 3. est largement inspiré d 'internet depuis le lien : « **Système de numération indo-arabe** » site Wikipédia », de précisions avec d'autres mots clés sur Wikipédia et du magazine Tangente Hors-Série n° 93 de Mars 2025 sur les « **Les Mathématiques Arabo-Musulmanes** », magazine disponible à la bibliothèque Alexis de Tocqueville de Caen.*

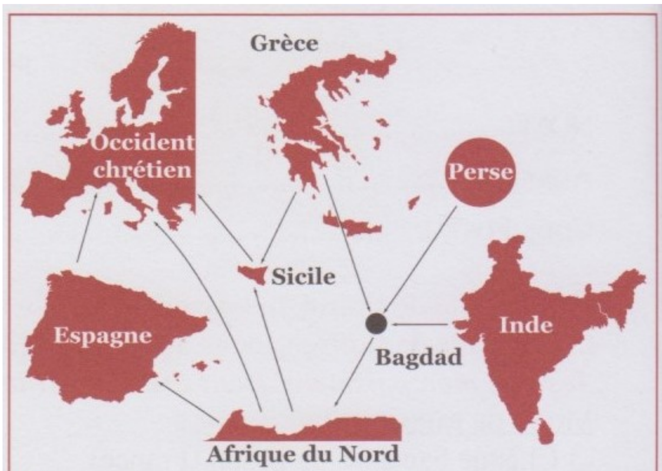
4. <u>INTRODUCTION de ces CHIFFRES en OCCIDENT</u> :

4.1. Par les ARABES de la péninsule IBÉRIQUE *(Al-ANDALUS)* :

La **conquête musulmane de l'Hispanie** s'étend en grande partie de 711 à 726. La conquête aboutit à l'établissement de la wilaya d'***Al-Andalus*** et marque l'expansion la plus occidentale du califat omeyyade en Europe.

L'arrivée des chiffres indo-arabes en Europe :

La graphie des chiffres modernes et le système décimal positionnel sont nés en Inde. Leur origine remonte aux chiffres ***brahmi***, système d'écriture apparu au IIIe siècle av. J.-C. Au cours d'un périple de plusieurs siècles, les chiffres sont passés, en évoluant, par les territoires musulmans et atteignent le Moyen-Orient et la Méditerranée, puis finissent par arriver en Afrique du Nord, puis en ***Al-Andalus*** *(l'ensemble des territoires de la péninsule Ibérique)*.



Voies de transmission des mathématiques grecques et indiennes à l'Occident chrétien

Au XIe et XIIe siècle, ces chiffres sont aussi présentés en Europe chrétienne à plusieurs reprises. Le marchand et mathématicien italien Léonard de PISE (FIBONACCI) écrit en 1202 dans son traité « ***Liber abaci*** » : *« À Bougie, je fus introduit à l'art des neuf symboles des Indiens [...]Très rapidement, la connaissance de cet art me passionna et je finis par le maîtriser »*. Ces symboles se généraliseront en Europe qu'au XVe siècle avec l'usage de l'imprimerie.

4.2. CONTRIBUTION de SYLVESTRE II, PREMIER PAPE FRANÇAIS (946 - 1003) :

Le deuxième millénaire de notre ère se caractérise par un progrès continu des champs de la connaissance et des mathématiques en particulier. L'église catholique passe souvent pour l'institution la plus obscurantiste de ces temps. La figure du pontife de l'An Mil contredit cette idée puisqu'il s'agit de GERBERT d'Aurillac, qui devint pape sous le nom de SYLVESTRE II en 999.

Représentation de **Sylvestre II** dans une **enluminure** des _évangiles d'Otton III_, fin Xe – début XIe siècle.

GERBERT d'Aurillac enseigne à Reims l'astronomie, les mathématiques et la logique. Il développa l'usage de l'abaque et construisit des instruments astronomiques. Nous lui devons aussi la première introduction des chiffres arabes en Occident. Faut-il s'en étonner ?

Sans doute moins qu'il y paraît. Les monastères étaient les seuls lieux de culture de cette époque. GERBERT avait découvert ces chiffres en Espagne, alors partie du monde musulman. Ne nous étonnons pas trop de cette présence d'un moine dans un tel lieu ; les croisades n'ont pas encore eu lieu.

Les huit ou neuf croisades se sont déroulées de 1095 à 1272.

Transmission :

A l'époque de GERBERT, les connaissances mathématiques grecques et indiennes commencent à pénétrer l'Occident, principalement à travers les relations commerciales avec l'Orient, le royaume normand de Sicile et l'Espagne. Le siècle qui suit sera celui des traducteurs. ***Les Éléments*** d'EUCLIDE sont traduits en latin ainsi que les tables astronomiques d'Al-KHWARIZMI. De cette transmission par les Arabes, nous devons d'autres mots comme *algèbre (traduction latine du mot arabe « **jaib** »).*

Ce moine occitan GERBERT d'Aurillac s'initie à la nouvelle numération et, grâce aux chaires qu'il occupe dans divers établissements religieux d'Europe, commence à le faire connaître aux lettrés d'Occident. Élu pape en 999 sous le nom de Sylvestre II, il en retire l'autorité nécessaire pour faire adopter à la chrétienté la numération indo-arabe malgré la réticence du milieu des clercs, utilisant pour leur part l'abaque *(nom donné à tout instrument mécanique plan facilitant le calcul)*, et qui voient cette simplification menacer une partie de leur métier.

Le boulier ne suffit plus. La plupart des gens ne sachant pas utiliser les abaques ni faire des opérations, de grands mathématiciens n'hésitent pas à écrire des manuels en langue commune, et non en latin, pour expliquer leur maniement, tel le mathématicien français Nicolas CHUQUET (1445-1488).

Le mot ***sifr*** est latinisé dans les textes de la fin du Moyen Âge en ***cifra*** que l'on francise en ***chiffre***. Parallèlement dans les textes en italien il devient ***zefiro***, bientôt abrégé en français : ***zéro***. Les symboles introduits de l'arabe pour noter les chiffres sont nouveaux pour la population, et ***chiffre*** se met à désigner non seulement 0, mais tous les autres chiffres.

Les noms des chiffres se retrouvent dans de nombreux mots, par exemple ***trancher*** voulait dire couper en trois, ***écarter*** en quatre et ***esquinter*** en cinq. Si on reconnaît ***sept*** dans semaine, on ne soupçonne plus quatre dans ***carnet*** et dans ***cahier***. Le concept de nombre est entré dans l'univers de l'homme et sa place ne fait que s'y renforcer.

Ci-dessus : **Statue de Sylvestre II** à Aurillac

Ci-contre :
Sylvestre II et le démon
illustration datant de 1460.

Ci-contre :
Vue d'artiste de
Sylvestre II dans la série des médaillons des papes de la basilique Saint-Paul-hors-les-Murs
à Rome

Signes du diable :

*Ci-contre, **GERBERT d'Aurillac**, le pape mathématicien **SYLVESTRE II**.*

Durant les époques plus sombres de la culture européenne, les chiffres étaient considérés comme les signes mystérieux d'une « écriture secrète ». D'ailleurs, encore aujourd'hui, on appelle les messages codés « messages chiffrés ». De manière rigoureuse nous devrions appeler « chiffrés » les messages dans lesquels les lettres ont été remplacées par des nombres. Quand furent introduits les premiers chiffres arabes en Europe, dans les colonnes des abaques, les « abacistes » purs les remplacèrent par des nombres romains. Ils ne pouvaient permettre la présence de ces « signes diaboliques avec lesquels Satan avait perverti les Arabes ».

Six siècles après la mort du pape SYLVESTRE II, l'église demanda à ouvrir sa tombe pour vérifier si les démons qui avaient inspiré la science sarrasine des nombres étaient encore présents.

*<u>Bibliographie</u> : Ces points 4.1. et 4.2. sont inspirés d'internet depuis les liens: « **Gerbert d'Aurillac** » et « **Pape Sylvestre II** » site Wikipédia », de la page 15 du livre « **Les NOMBRES PREMIERS** » de Enrique Gracian édité par l'Institut Heuri Poincaré et de compléments sur d'autres sites de Wikipédia ; ainsi que des revues <u>Tangente</u> Hors-série N° 10 et N° 33.*

4.3. Alexandre de VILLEDIEU (1175-1240) :

C'est au XIIe siècle que le système est utilisé par les savants, puis plus tard par des clercs instruits pour populariser le système.

Alexandre de VILLEDIEU(1175-1240) poète, grammairien et mathématicien français, né à Villedieu en Normandie, ville pas encore dénommée à cette époque Villedieu-les-poêles, est professeur d'université à Paris.

Il a écrit le « ***Carmen de algorisme*** » en 1200-1203 *(la même date que l'écriture de <u>Liber abaci</u> de FIBONACCI)* utilisé dans l'enseignement de l'époque. On nous apprend comment faire les calculs, comme à notre école primaire, méthode très pratique.

Le livre est copié à plus de 100 exemplaires en Europe du Nord. Au XIIIe siècle, les Européens apprennent à se servir de ce système. Ce sont des algorithmes de base : addition, soustraction, multiplication, division, racine carrée. On les effectue à la plume, sur du papier.

Petit rappel, c'est de 1202 à 1204, puis par la bataille de Bouvines en 1214 que le royaume de France conquiert la Normandie.

Alexandre de VILLEDIEU compose aussi en 1209, sous le titre de *« Doctrinale Puerorum »*, une grammaire en vers dont le succès dès la première publication fut prodigieux. Immédiatement adopté par tous les établissements scolastiques, l'ouvrage fut longtemps un classique. Henri de GAND et le poète Antonio BECCARI, l'ami de PÉTRARQUE, citent également l'ouvrage qui fait l'objet d'innombrables notes, commentaires et même suppléments en vers et en prose.

Collègue et peut-être ami de SACROBOSCO à la Sorbonne, Alexandre de VILLEDIEU avait également mis en vers des ouvrages scientifiques ou de portée plus générale :

- *De sphæra* (*Sur la sphère*),
- *De arte numerandi* (*Arithmétique*),
- *Carmen de Algorismo* (*où sont décrits les opérations sur nombres entiers à l'aide de la nouvelle numération de position à base décimale*),
- le *Calendrier.*

4.4. Leonardo de PISE (vers 1170-1250) plus connu sous le nom de FIBONACCI :

Leonardo FIBONACCI ou « **Léonard de Pise** » est un mathématicien italien connu notamment par la suite de Fibonacci. Ses travaux revêtent une importance considérable car ils sont un chaînon apportant notamment la notation des chiffres indo-arabes aux mathématiques de l'Occident.

C'est donc un contemporain du normand Alexandre de VILLEDIEU.

Origine du nom :

L'homme est dénommé dans les manuscrits comme Leonardus Pisanus, « Léonard de Pise », ou encore Leonardus filius BONACCI, Leonardus Pisanus de filiis BONACCI et Leonardus Bigollus.

BONACCIO *(du latin bonatius signifiant « bon, favorable, agréable »)* était le patronyme de son grand-père paternel, porté par le père de Leonardo, Guglielmo, et transmis à Leonardo.

Filius Bonacii ou *figlio di Bonaccio* (« fils de BONACCIO » respectivement en latin et italien) serait devenu par contraction « FIBONACCI », mais ce n'est qu'au XIXe siècle que ce surnom est définitivement fixé dans la mémoire collective, sous l'influence du mathématicien français Édouard LUCAS, mathématicien français et vulgarisateur des travaux de Léonardo, notamment la fameuse « Suite de FIBONACCI ».

Ci-contre, statue de **Léonard de Pise**, dans sa ville natale.

Le surnom « Bigollus », Leonardo se l'attribuait quelquefois lui-même en combinaison avec son nom : *Leonardi Bigolli Pisani*. Le terme « Bigollus », issu du dialecte toscan, *bighellone*, est très difficile à traduire isolé de son contexte. En effet, il peut être employé dans le sens de *bon-à-rien* mais avec de multiples nuances, plus clairement péjoratif « idiot » ; soit, aux yeux d'un commerçant en quête de relations contractuelles et d'enrichissement, FIBONACCI pouvant sembler être un individu bon seulement à perdre du temps - étudier, « flâner » avec les symboles au lieu de conclure des transactions et additionner les gains. Le terme désigne donc tout à la fois celui qui est quasiment « inattentif à son environnement », car plongé dans ses pensées donc « voyageant » loin des contingences terrestres. Par analogie et avec grande finesse, il est effectivement interprétable dans le double-sens de « celui qui voyage loin ».

Biographie :

Né à Pise, son éducation s'est faite en grande partie à Béjaïa au Magreb central *(actuelle Algérie)*, où son père Guglielmo BONACCI est marchand et notaire public des douanes pour le compte de l'ordre des marchands de la république de Pise.

Béjaïa *(Bougie en français)* est à cette époque non seulement un port commercial important à l'est d'Alger mais encore un grand centre intellectuel. C'est pourquoi son père l'emmène avec lui. FIBONACCI y commence son éducation en mathématiques. Bien que sa maîtrise des langues étrangères ne soit pas documentée, le fait est qu'il étudie notamment les travaux algébriques du Persan Al-KHWARIZMI et de l'Égyptien Abul KAMIL et probablement qu'il a eu connaissance des travaux du Persan Al-KARAJI.

Pour le compte de son père, FIBONACCI voyage sur tout le pourtour méditerranéen - en Égypte, en Syrie, en Sicile, en Provence, en Grèce, etc ...- et pour parfaire ses connaissances, il rencontre les plus grands mathématiciens professant dans la région.

C'est ainsi qu'en 1198, FIBONACCI aurait introduit les chiffres arabes à Pise. Résidant à Pise de 1198 à 1228, il compile ses connaissances mathématiques dans ses différents ouvrages. Un élément bien connu de la vie de FIBONACCI est la relation qu'il a entretenue avec la cour de l'empereur Frédéric II HOHENSTAUFEN. **Frédéric de HOHENSTAUFEN** *(en italien : Federico II di Svevia)*, né en 1194 à Jesi *(États pontificaux)* et mort fin 1250 à Castel Fiorentino *(royaume de Sicile),* a été empereur des Romains, le dernier roi de Jérusalem, roi de Sicile et roi de Provence-Bourgogne.

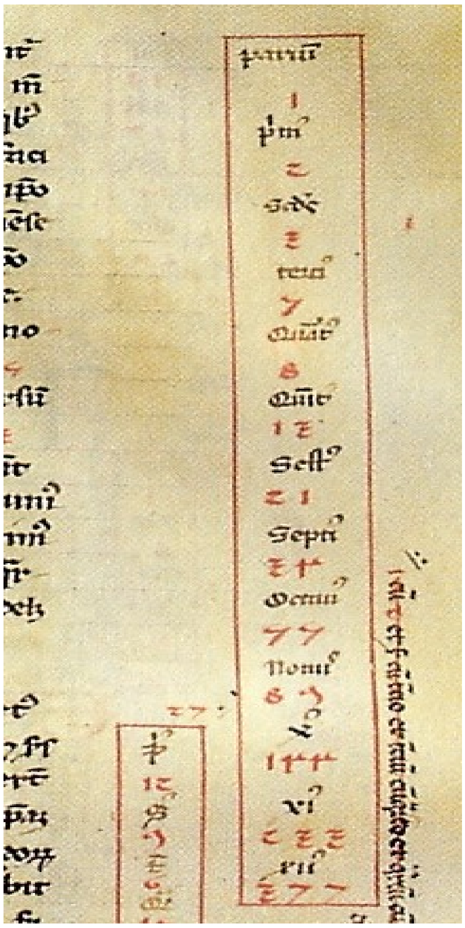
La rédaction des œuvres de FIBONACCI qu'il publie en 1225 permet de déduire qu'il rencontra deux courtisans de premier plan à l'occasion d'un séjour de l'empereur à Pise et que ces derniers lui proposèrent de résoudre différents problèmes mathématiques d'une remarquable complexité.

Après 1228, la vie de FIBONACCI n'est que très peu documentée. Seul un décret édicté par la République de Pise et daté de 1241 notifie l'attribution d'un salaire annuel de vingt lires au « sage et discret Maître Léonardo Bigollo » en reconnaissance des services rendus à la cité et aux citoyens, en qualité de comptable.

FIBONACCI meurt vers 1250, probablement à Pise.

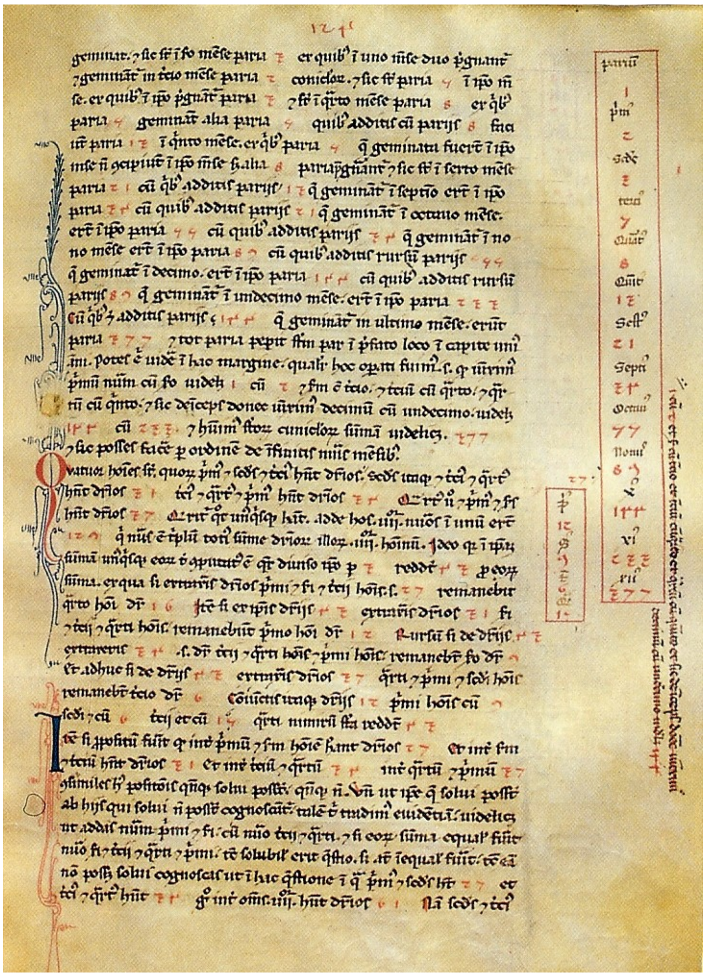
Travaux :

« Liber abaci » (1202). Le *Livre des calculs* est un traité sur les calculs et la comptabilité fondée sur le calcul décimal à une époque où tout l'Occident utilise encore les chiffres romains et calcule sur abaque. Ce livre est fortement influencé par son enfance vécue au sud et à l'est de la Méditerranée ; il est d'ailleurs rédigé en partie de droite à gauche.



Par cette publication, FIBONACCI introduit en Europe le système de notation indo-arabe importé des Indes par les invasions arabo-musulmanes. Ce système est plus puissant et plus rapide que la notation romaine, et FIBONACCI en est pleinement conscient. L'invention sera d'abord mal reçue car le public ne comprend plus les calculs que font les commerçants. En 1280, Florence interdit même l'usage des chiffres arabes par les banquiers. On juge que le zéro apporte la confusion et des difficultés au point qu'ils appellent ce système <u>*cifra*</u>, qui dérive du nom arabe du <u>zéro</u> *(al sifr = vide, zéro)*. Ce serait par l'usage des nombres dans la tradition cabalistique que le mot chiffre aurait acquis le sens de code secret.

FIBONACCI est plus connu de nos jours pour un de ses problèmes conduisant aux nombres et à la suite qui porte son nom, mais à son époque, ce sont surtout les applications de l'arithmétique au calcul commercial qui l'ont fait reconnaître : calcul du profit des transactions, conversion entre monnaies de différents pays utilisant des bases différentes *(base 10, 12, 20)*. Son travail sur la théorie des nombres est ignoré de son vivant, mais il est très largement lu pendant les deux siècles suivants. Ses travaux sont désormais très utilisés en finance de marché.



*« **Practica Geometriae** »* (1220). Ce livre marque un transfert des intérêts mathématiques pratiques de FIBONACCI vers le domaine de la géométrie et de trigonométrie, basé sur les *« Éléments d'EUCLIDE »* et la *« Métrique »* de Héron d'ALEXANDRIE. L'ouvrage se compose de sept sections, dans lesquelles l'auteur aborde des problèmes de géométrie plane ou de géométrie dans l'espace. Bon nombre de ces problèmes concernent des mesures d'aires et de volumes et des applications du théorème de PYTHAGORE.

*« **Liber quadratum** »* (1225). Ce *Livre des carrés*, dédié à Frédéric II HOHENSTAUFEN, est un livre de problèmes numériques, partie très impressionnante du travail de Fibonacci.

*« **Flos** »* (1225). Le titre complet : *Flos super solutionibus quarumdam questionum ad numerum et ad geometricam pertinentium* peut être traduit par *Recueil de solutions à certaines questions liées au nombre et à la géométrie*. C'est un recueil d'énoncés avec leur résolution de quinze problèmes d'analyse du premier degré.

<u>Bibliographie</u> *: Ces points 4.3. et 4.4. sont inspirés d'internet depuis les liens : « **Alexandre de Villedieu** », « **FIBONACCI** » et « **Frédéric II HOHENSTAUFEN** » ; tous des sites Wikipédia ».*

5. <u>GÉNÉRALISATION TARDIVE dans toute l'EUROPE</u> :

Ci-contre, une illustration de Gregor REISCH, extraite de *« Margarita philosophica »*, dans laquelle est représentée une **querelle entre abacistes** *(à droite)* **et algoristes** *(à gauche)*.

Gregor REISCH (1467-1525) est un moine chartreux allemand connu pour avoir réalisé *« Margarita philosophica »,* une encyclopédie de culture générale, l'une des premières imprimées.

Cette image date de 1504 et montre comment, cinq siècles après GERBERT d'Aurillac et trois après FIBONACCI cette querelle n'était toujours pas résolue.

Même après GERBERT, la numération de position mit encore très longtemps à s'imposer en Europe. Quand FIBONACCI écrit son ***«Liber Abaci»*** en 1202, il fait encore figure de précurseur. Il est probablement responsable de l'équivalent latin ***«zephirum»*** du mot arabe ***Sifr*** signifiant *«vide»*, qui a donné chiffre, et zéro *(mais pas zéphir, qui vient du Grec)*. La controverse entre abacistes et algoristes bat son plein pendant la Renaissance *(voir figure ci-dessus)*. Elle mettra très longtemps à s'éteindre ; en France sous Louis XIV, on enseignait encore l'usage du boulier plutôt que le calcul sur papier. La victoire des algoristes ne sera totale qu'au XVIIIe siècle.

Vers 1550, le **développement de l'imprimerie** permet la mise au point des caractères métalliques, réguliers et ajustables pour les techniques typographiques. Puis l'essor de l'édition en Europe a deux conséquences. La première sera la propagation rapide des procédés typographiques et la normalisation de ces écritures : lettres, chiffres et caractères particuliers. La deuxième conséquence, très importante, permettra de publier toute œuvre littéraire, scientifique, philosophique, … en autant d'exemplaires souhaités à la fois, permettant une diffusion considérable du savoir en Europe occidentale.

Une adoption lente en Europe :

L'arrivée des chiffres indiens en Occident latin est lente : quelques tentatives apparaissent autour de l'an mille, notamment avec GERBERT d'Auril1ac, mais il semble que la manière d'utiliser la numération positionnelle décimale ne soit alors pas claire. Il faut attendre le mouvement de traduction latine des textes arabes pour que les savants commencent à les utiliser puis le « ***Liber Abaci*** **»** de FIBONACCI pour que leur usage se répande définitivement.

Mais assez lentement car, à une époque où lire et écrire étaient des compétences relativement rares, l'usage de l'abaque a souvent été privilégié jusqu'au XVIIe siècle.

Mais il faudra attendre l'époque de la Révolution française pour assister à l'abolition définitive des anciennes méthodes. Le calcul à la plume l'avait emporté depuis longtemps auprès des savants et des scientifiques. Mais les commerçants, les financiers, les banquiers et les fonctionnaires européens, plus conservateurs, eurent plus de mal à se séparer des méthodes archaïques. **Il a fallu la Révolution française** pour trancher dans le vif et s'apercevoir de l'avantage du calcul à la plume sur le calcul à jetons. L'usage de l'abaque fut dès lors interdit dans les écoles et administrations.

*Bibliographie : Ce chapitre 5. est inspiré de la page 5 du magazine Tangente Hors-Série n° 93 de Mars 2025 sur les « **Les Mathématiques Arabo-Musulmanes** », du chapitre 26, pages 373 et 413, du livre « **Histoire Universelle des chiffres** » tome 2 de Georges IFRAH et d'internet depuis le lien : « **Gregor REISCH** ».*

Pour compléter *cette modeste présentation, je vous invite à consulter le* ***documentaire ARTE***
sur internet ***« L'Odyssée des chiffres »*** *en trois épisodes*